

ntegrando.

C U R S O S A C A D É M I C O S

Capítulo 1

Conceptos básicos de geometría

Temario del capítulo 1

- 1.1 Puntos y rectas en el plano
- 1.2 Ángulos y sus mediciones
- 1.3 Clasificación de ángulos
- 1.4 Paralelas cortadas por una transversal

1.1 Puntos y rectas en el plano

El **punto** es un concepto geométrico imaginado tan pequeño que **carece de dimensiones** y únicamente **indica posición**. Se simbolizan por medio de letras mayúsculas

A small blue dot representing a point, with the letter 'P' written in blue above it.

Punto P

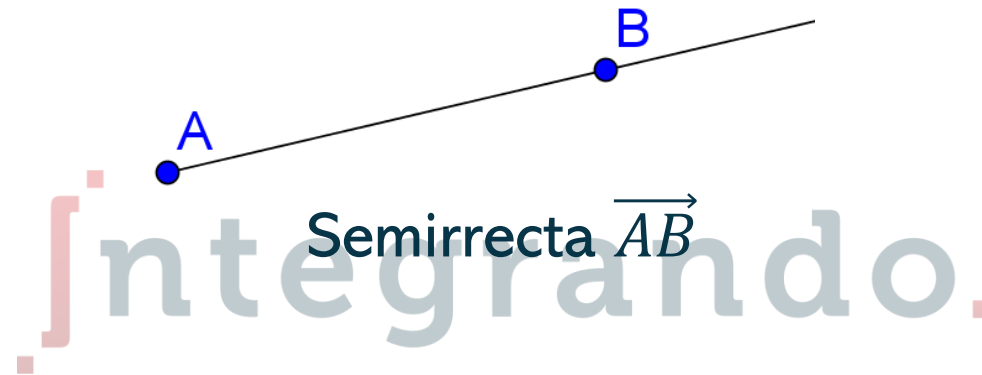
Integrando.

La **línea** es un **conjunto de puntos** que **se extiende sin límites** en una misma dirección. Es unidimensional y puede tener forma **recta o curva**. Para denotarlo se requieren dos de sus puntos



1.1 Puntos y rectas en el plano

La **semirrecta** o **rayo** es el **conjunto de puntos** de una recta que se ubican a la **derecha** o **izquierda** de otro punto

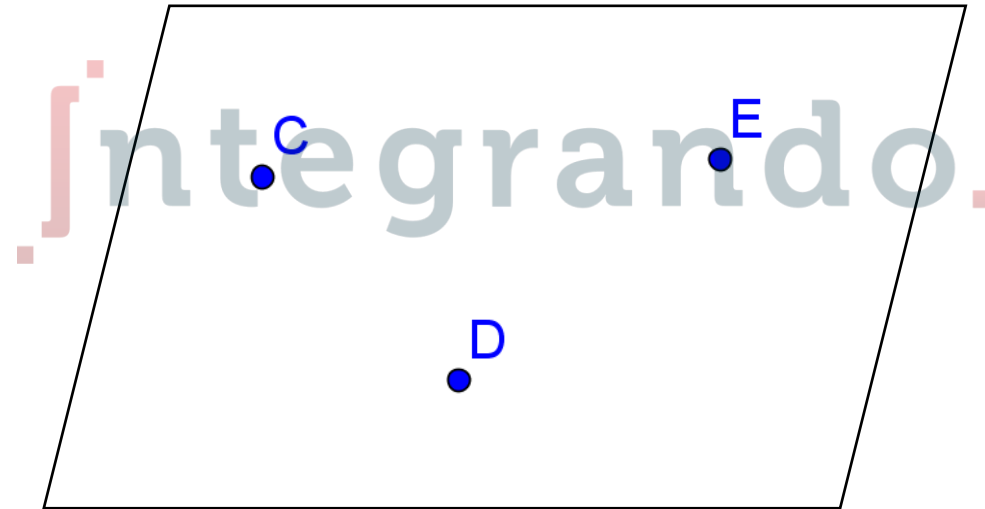


El **segmento de recta** es el **conjunto de puntos** de una recta **situados entre dos puntos**



1.1 Puntos y rectas en el plano

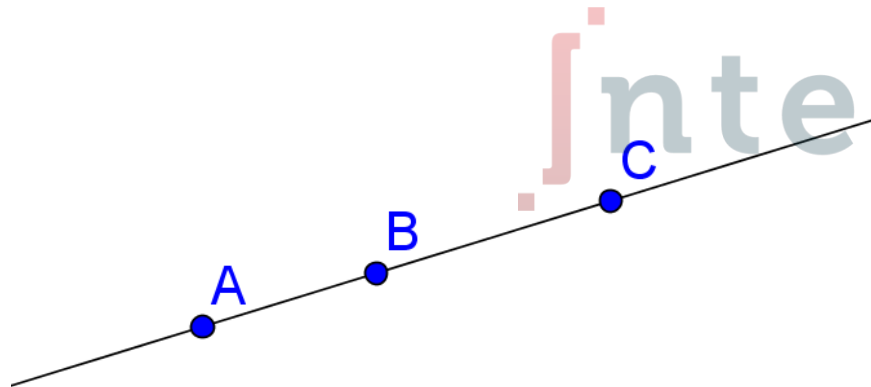
El plano es una región bidimensional que se extiende sin límites y es determinada por tres puntos que no pasan por la misma recta. Se designa por medio de dichos puntos



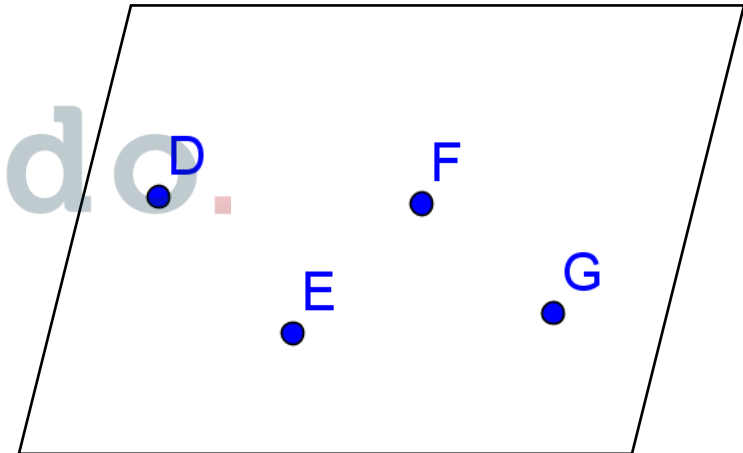
Plano CDE

1.1 Puntos y rectas en el plano

Los **puntos colineales** son aquellos que se ubican sobre una **misma recta**, mientras que los **puntos coplanares** se encuentran en el **mismo plano**



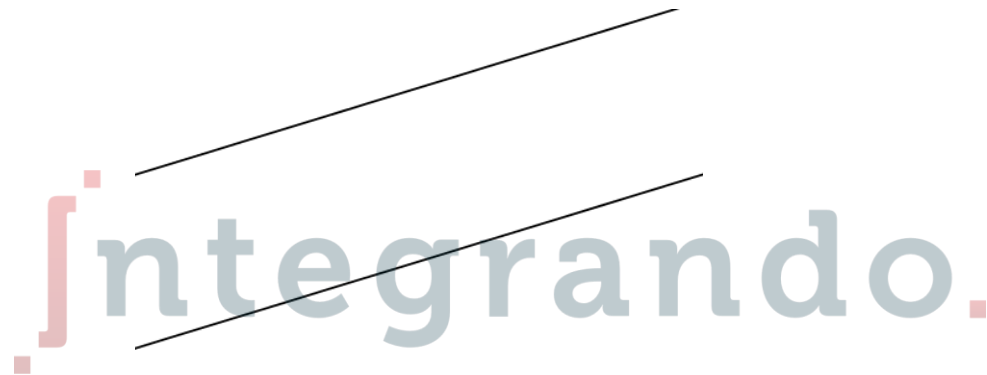
Puntos colineales



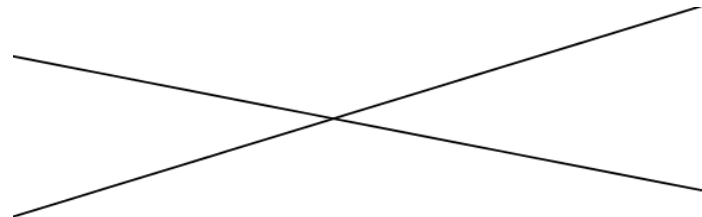
Puntos coplanares

1.1 Puntos y rectas en el plano

Dos rectas son **paralelas** si **no tienen ningún punto en común**; nunca se intersecan, es decir, **no se cruzan**, por más que se prolonguen. Pertenecen al mismo plano



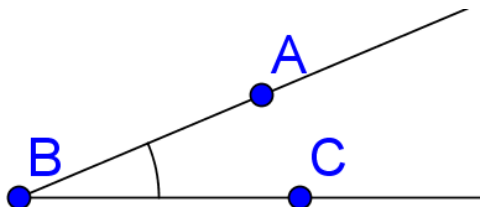
Dos rectas se **intersecan** cuando **tienen un punto en común**. Se encuentran sobre un mismo plano



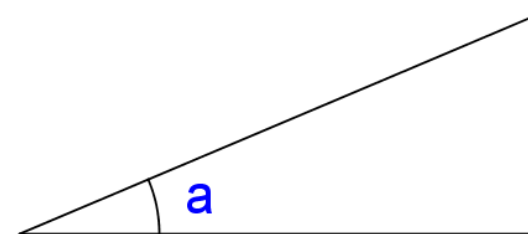
1.2 Ángulos y sus mediciones

Un **ángulo** es la **abertura formada por dos rayos** con un origen común llamado vértice. Se denota por medio del símbolo \angle seguido de tres letras mayúsculas, escribiendo en el medio la que corresponde al vértice; también puede usarse una letra minúscula o un número.

Se usan dos sistemas para la medición de ángulos: **sexagesimal** y **circular**



$\angle ABC$ o $\angle B$



Ángulo a o $\angle a$

1.2 Ángulos y sus mediciones

Sistema sexagesimal: consiste en dividir una circunferencia en 360 partes iguales llamadas **grados** ($^{\circ}$), subdivididos a su vez en 60 **minutos** ($'$), y éstos en 60 divisiones, los **segundos** ($''$). Así un ángulo de 45 grados, 3 minutos y 25 segundos se escribe: $45^{\circ}3'25''$. También suele usarse **grados y fracciones de grados**, por ejemplo 25.92° .

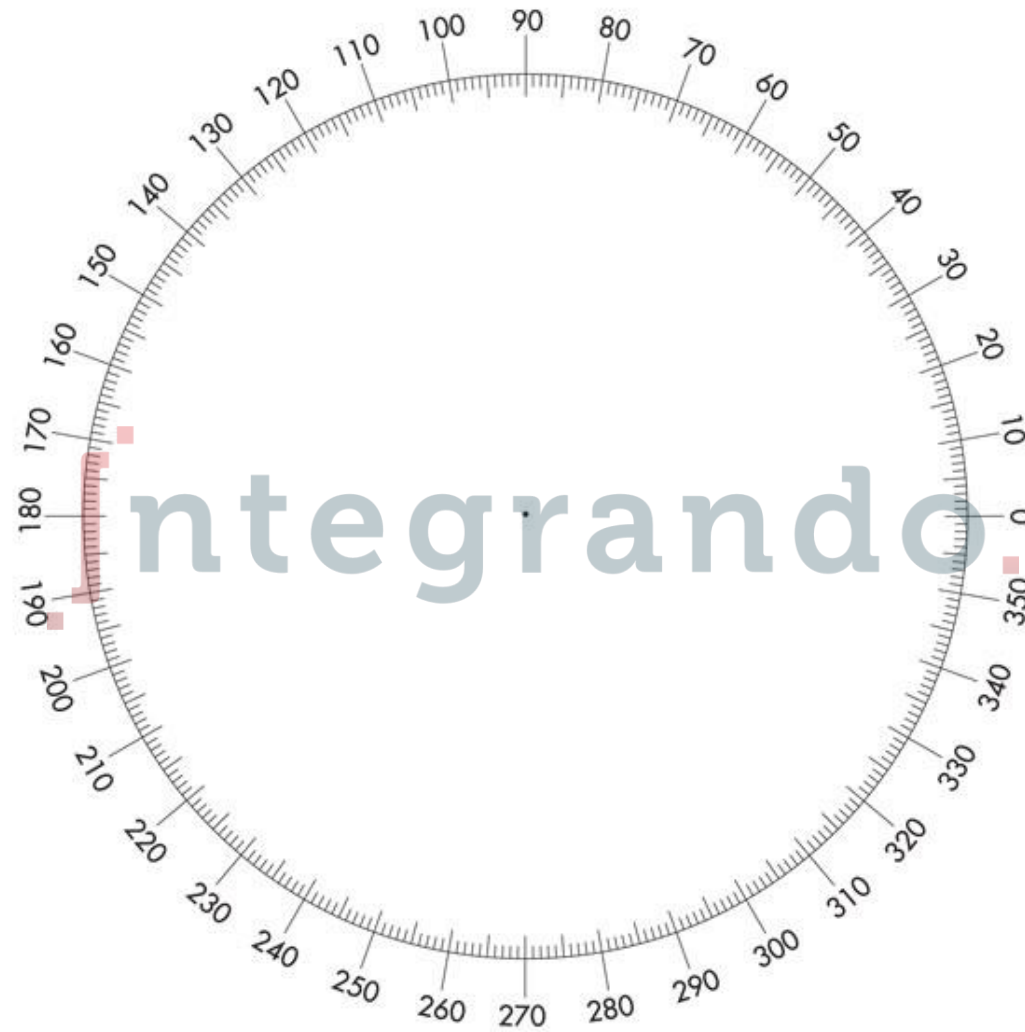
1. Para convertir las fracciones de grados a minutos y viceversa, usar la igualdad:

$$1^{\circ} = 60'$$

2. Para pasar de fracciones de minutos a segundos y viceversa, se usa la igualdad:

$$1' = 60''$$

1.2 Ángulos y sus mediciones



División en grados y décimas de grado

1.2 Ángulos y sus mediciones

Sistema circular: en una circunferencia se señala un **arco** (segmento de línea curva) de longitud igual al radio y se trazan los radios correspondientes a cada extremo del arco; el ángulo central formado se llama **radián**, y se divide decimalmente.

Puesto que la longitud de una circunferencia (su **perímetro**) es de 2π veces el radio, entonces subtiende un ángulo central de $2\pi \text{ rad}$. A su vez, abarca un ángulo de 360° , entonces:

$$2\pi \text{ rad} = 360^\circ$$

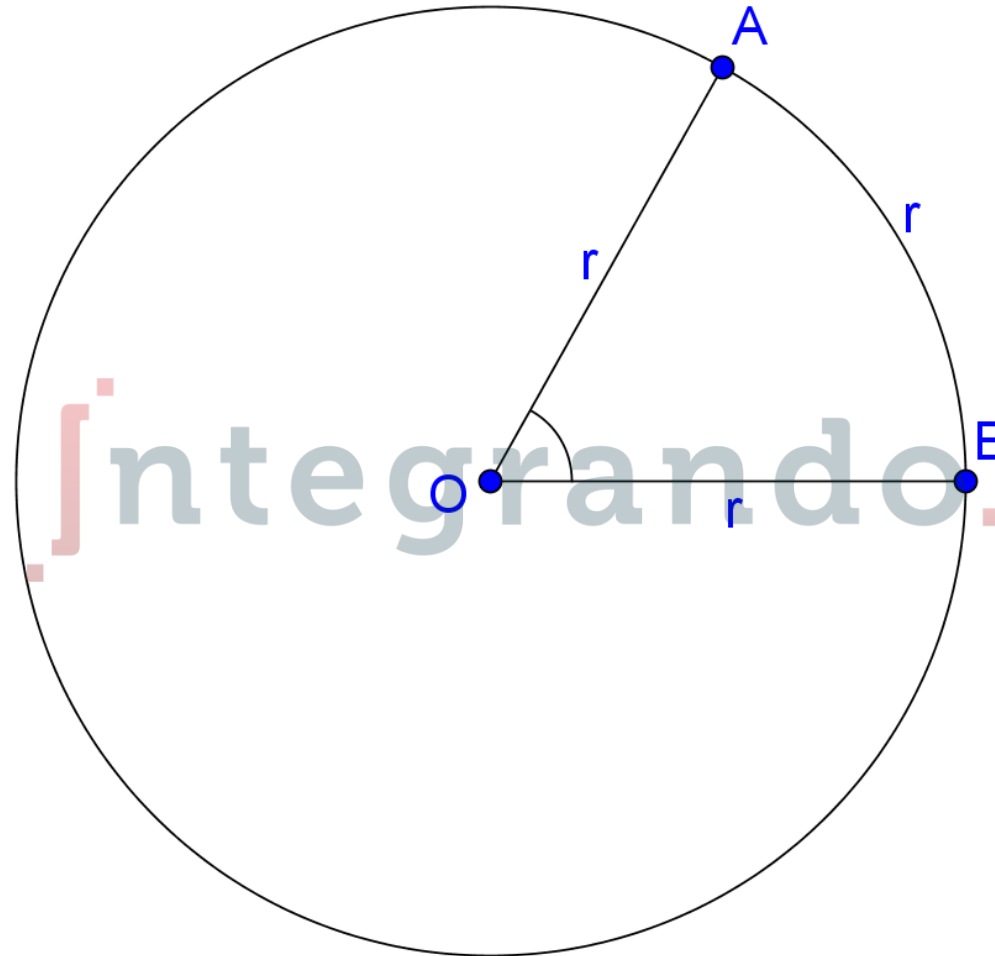
Para convertir de grados a radianes y viceversa, reescribimos la igualdad anterior:

$$\pi \text{ rad} = 180^\circ$$

1.2 Ángulos y sus mediciones

$$r = \overline{OA} = \widehat{AB}$$

$$\angle AOB = 1 \text{ rad}$$



Definición del radián

1.2 Ejemplos

1. Expresar los ángulos en forma sexagesimal.

a) 18.4567°

b) 8.7°

 Integrando.

a) $18^\circ 27' 24''$

b) $8^\circ 42'$

1.2 Ejemplos

2. Expresar los ángulos en grados y fracciones de grado.

a) $25^{\circ}2'30''$

b) $40^{\circ}15'$

 **Integrando.**

a) 25.0416°

b) 40.25°

1.2 Ejemplos

3. Expresar los ángulos en radianes.

a) 30°

b) $15^\circ 30' 45''$

 **Integrando.**

a) $\frac{\pi}{6} \text{ rad}$

b) 0.27 rad

1.2 Ejemplos

4. Expresar los ángulos en grados.

a) $\frac{\pi}{3} \text{ rad}$

b) 0.5 rad

 **Integrando.**

a) 60°

b) 28.65°

1.2 Ejercicios

1. Expresar los ángulos en forma sexagesimal.

- a) 20.75°
- b) 0.01°
- c) 19.893°

2. Expresar los ángulos en grados y fracciones de grado.

- a) $12^\circ 12' 12''$
- b) $1^\circ 45'$
- c) $50^\circ 3' 25''$

1.2 Ejercicios

3. Expresar los ángulos en radianes.

a) 45°

b) $50^\circ 31' 27''$

c) 120°

Integrando.

4. Expresar los ángulos en grados.

a) $\frac{\pi}{2} \text{ rad}$

b) 3.5 rad

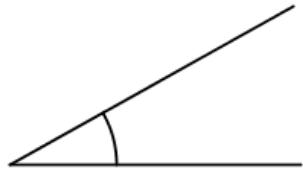
c) $\frac{3\pi}{4} \text{ rad}$

1.3 Clasificación de ángulos

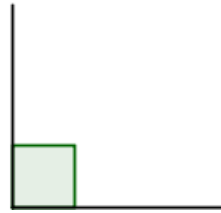
Es posible clasificar los ángulos por su **medida**:

1. **Agudo**: más de 0° y menos de 90°
2. **Recto**: mide 90°
3. **Obtuso**: más de 90° y menos de 180°
4. **Colineal o llano**: mide 180°
5. **Cóncavo o entrante**: más de 180° y menos de 360°
6. **Perígono**: mide 360°

1.3 Clasificación de ángulos



Ángulo agudo



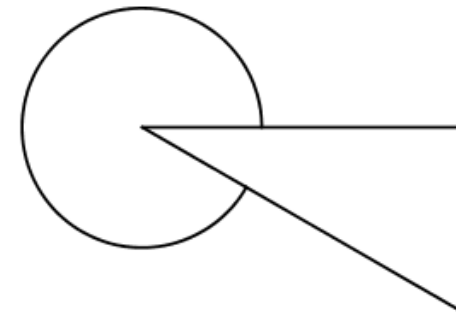
Ángulo recto



Ángulo obtuso



Ángulo llano



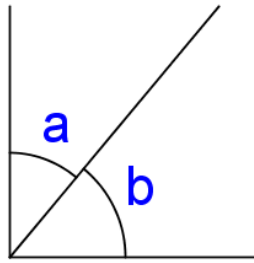
Ángulo entrante

1.3 Clasificación de ángulos

También existe una clasificación para **pares de ángulos** específicos:

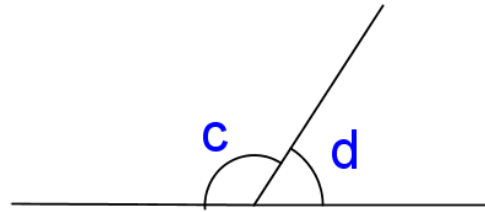
1. **Adyacentes**: comparten el vértice y un lado, pero no tienen puntos interiores comunes
2. **Complementarios**: sumados dan 90°
3. **Suplementarios**: sumados dan 180°
4. **Conjugados**: sumados dan 360°
5. **Opuestos por el vértice**: los dos ángulos no adyacentes formados por dos rectas que se intersecan. Son **congruentes**, es decir, la medida de ángulos de este tipo son **iguales**

1.3 Clasificación de ángulos



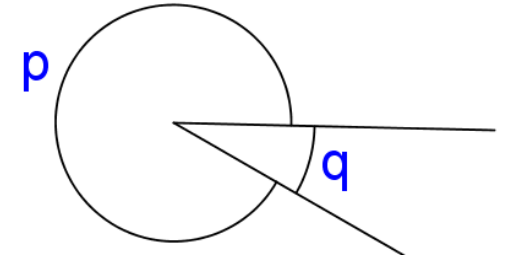
Ángulos complementarios
y adyacentes

$$\angle a + \angle b = 90^\circ$$



Ángulos suplementarios
y adyacentes

$$\angle c + \angle d = 180^\circ$$



Ángulos conjugados

$$\angle p + \angle q = 360^\circ$$

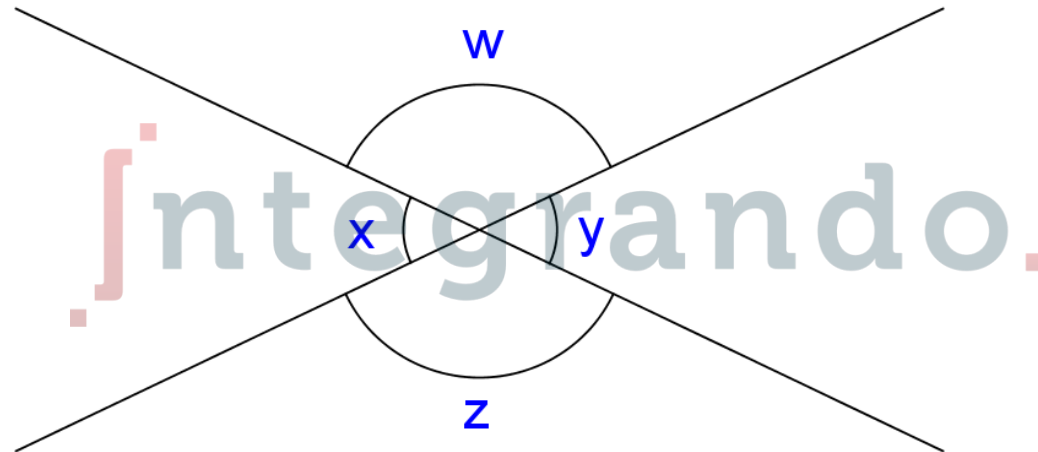
1.3 Clasificación de ángulos

Ángulos opuestos por el vértice

$$\angle x, \angle y ; \angle w, \angle z$$

Satisfacen:

$$\begin{aligned} \angle x &= \angle y \\ \angle w &= \angle z \end{aligned}$$



Ángulos suplementarios y adyacentes

$$\begin{aligned} \angle x, \angle w ; \angle x, \angle z \\ \angle y, \angle w ; \angle y, \angle z \end{aligned}$$

Satisfacen:

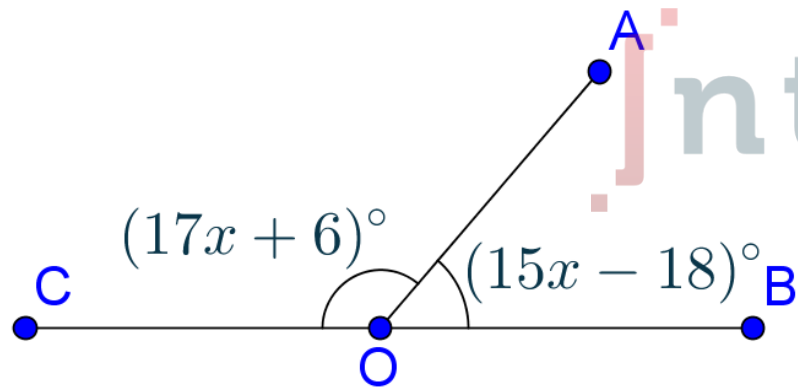
$$\begin{aligned} \angle x + \angle w &= 180^\circ \\ \angle y + \angle w &= 180^\circ \\ \angle x + \angle z &= 180^\circ \\ \angle y + \angle z &= 180^\circ \end{aligned}$$

1.3 Ejemplos

1. Hallar la medida de los ángulos:

a) $\angle AOB$

b) $\angle AOC$



a) 72°

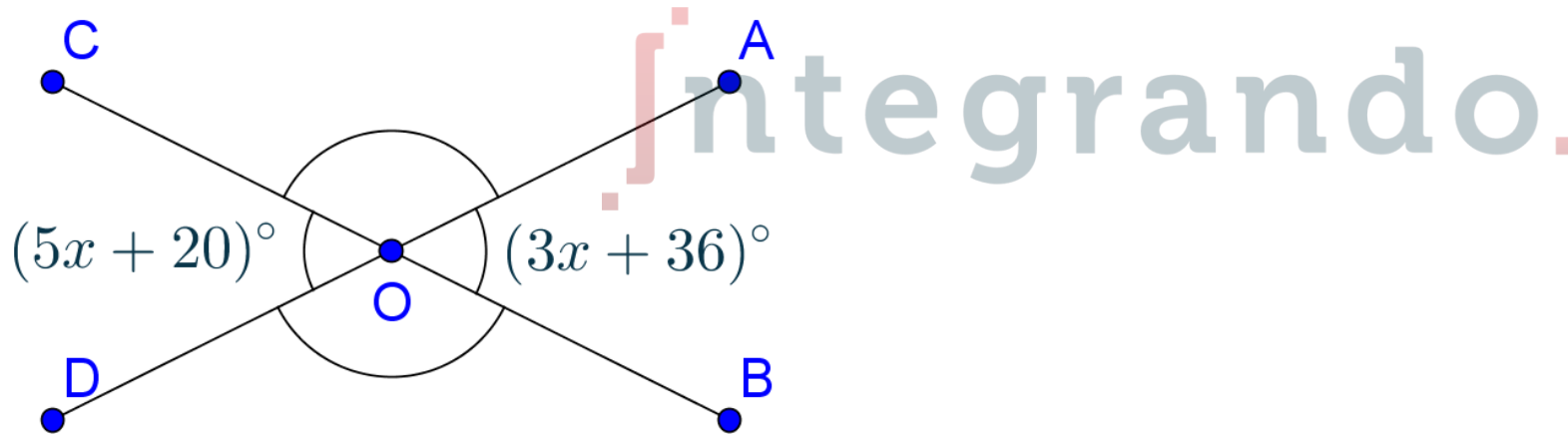
b) 108°

1.3 Ejemplos

2. Hallar la medida de los ángulos:

a) $\angle AOB$

b) $\angle AOC$



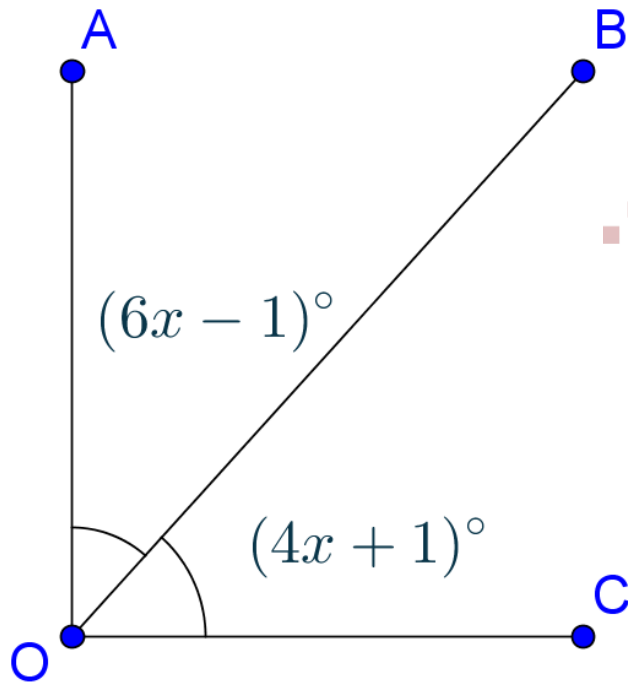
a) 60°

b) 120°

1.3 Ejercicios

1. Hallar la medida de los ángulos:

- a) $\angle AOB$
- b) $\angle BOC$

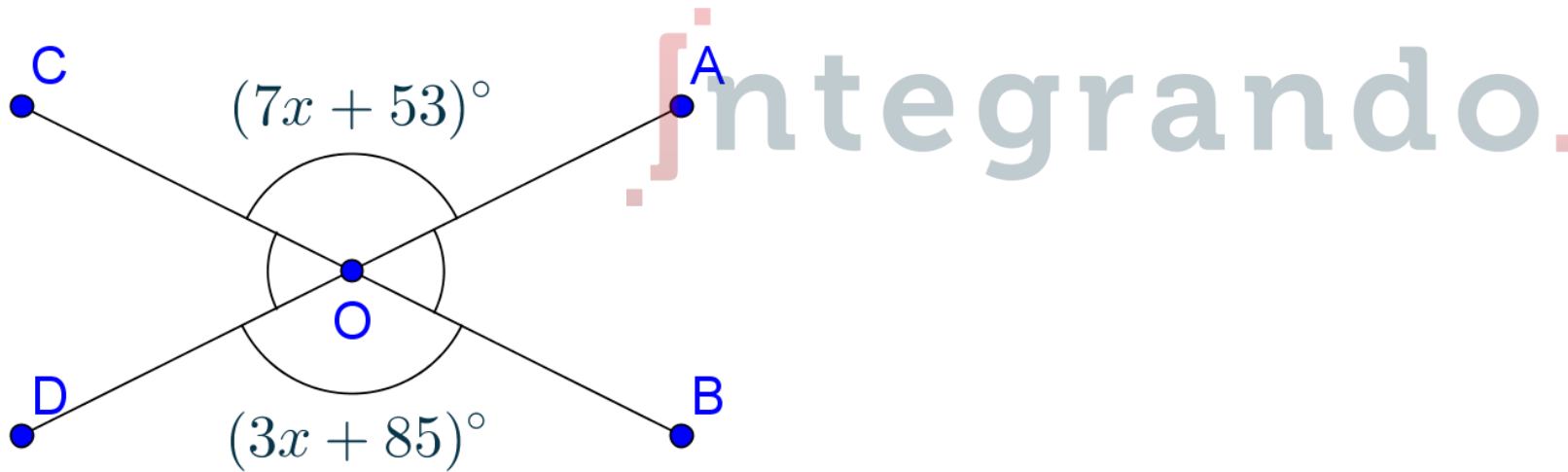


1.3 Ejercicios

2. Hallar la medida de los ángulos:

a) $\angle DOB$

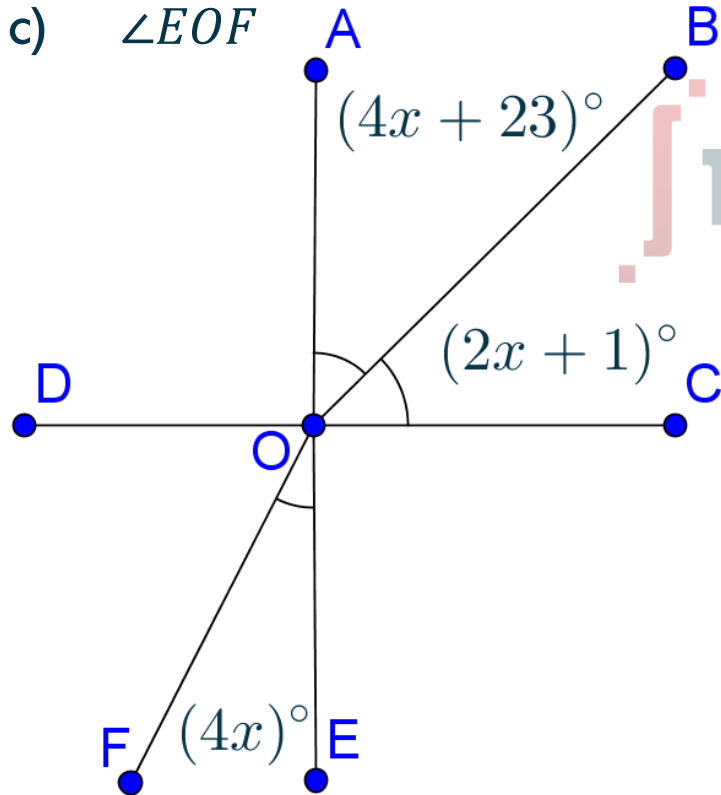
b) $\angle DOC$



1.3 Ejercicios

3. Hallar la medida de los ángulos:

- a) $\angle AOB$
- b) $\angle BOC$
- c) $\angle EOF$



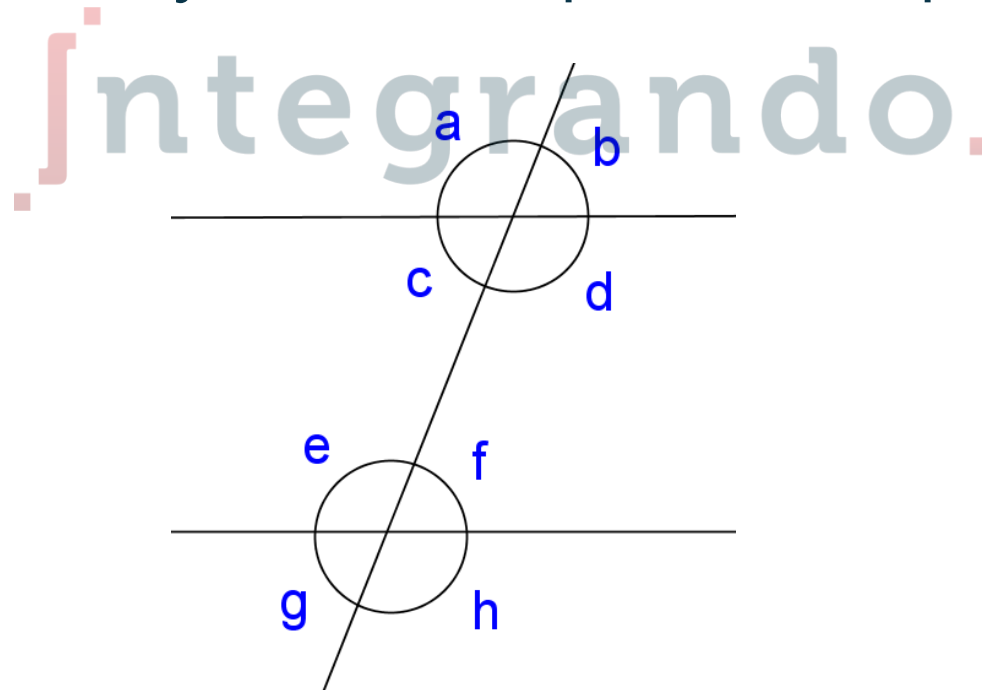
1.4 Paralelas cortadas por una transversal

Una **recta transversal** o **secante** es la que interseca dos o más rectas paralelas.

En el caso de **dos paralelas**, se forman ocho ángulos: cuatro **internos** y cuatro **externos**, que se ubican dentro y fuera de las paralelas, respectivamente

Ángulos internos

$\angle c, \angle d, \angle e, \angle f$



Ángulos externos

$\angle a, \angle b, \angle g, \angle h$

1.4 Paralelas cortadas por una transversal

De acuerdo con las propiedades que presentan estos ángulos, se clasifican en pares como sigue:

1. **Alternos internos:** pares de ángulos internos ubicados en diferente lado de la transversal y en distinta paralela. Son **congruentes**
2. **Alternos externos:** pares de ángulos externos ubicados en diferente lado de la transversal y en distinta paralela. Son **congruentes**
3. **Correspondientes:** pares de ángulos situados en el mismo lado de la transversal y en distinta paralela, uno interno y otro externo. Son **congruentes**
4. **Conjugados o colaterales:** pares de ángulos situados en el mismo lado de la transversal y en distinta paralela, ambos internos o externos. Son **suplementarios**

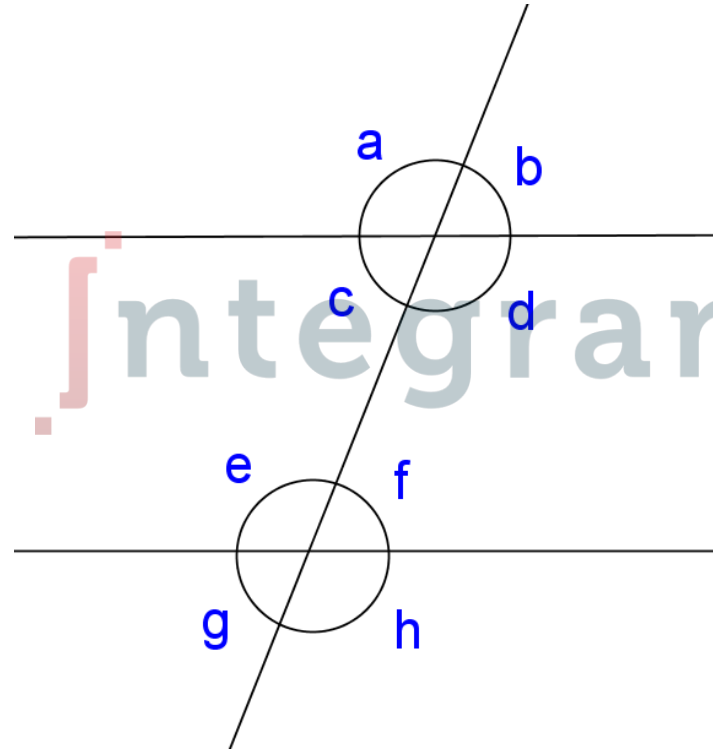
1.4 Paralelas cortadas por una transversal

Alternos internos

$$\angle c, \angle f ; \angle d, \angle e$$

Correspondientes

$$\angle a, \angle e ; \angle c, \angle g ; \angle b, \angle f ; \angle d, \angle h$$



Alternos externos

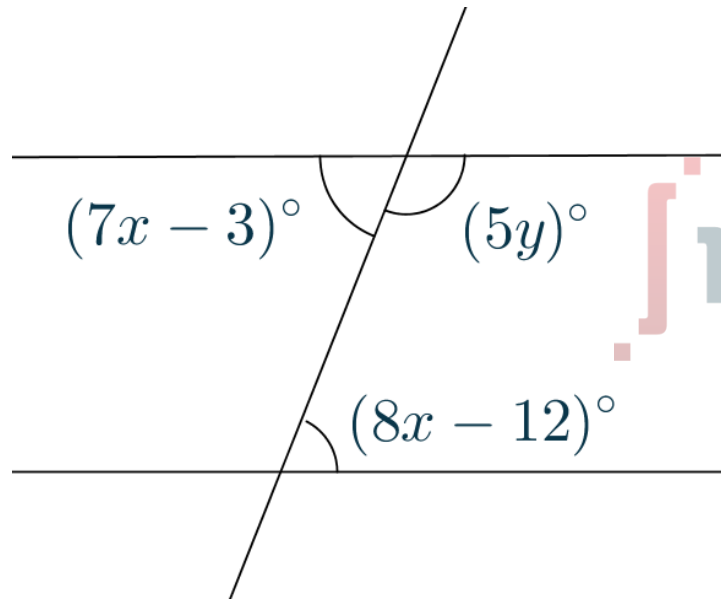
$$\angle a, \angle h ; \angle b, \angle g$$

Conjugados

$$\angle a, \angle g ; \angle c, \angle e ; \angle b, \angle h ; \angle d, \angle f$$

1.4 Ejemplos

1. Hallar el valor de x y y .

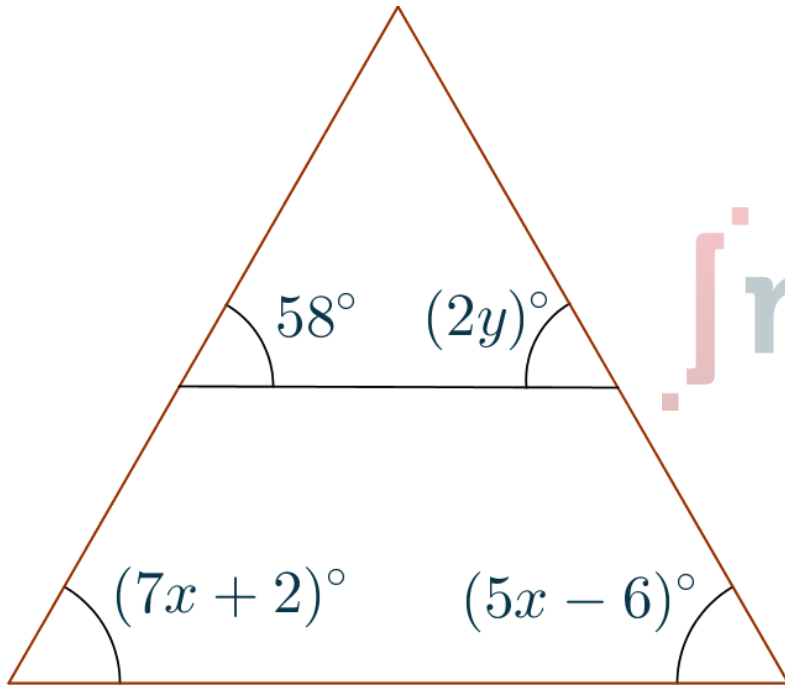


$$x = 9$$

$$y = 24$$

1.4 Ejemplos

2. Hallar el valor de x y y .



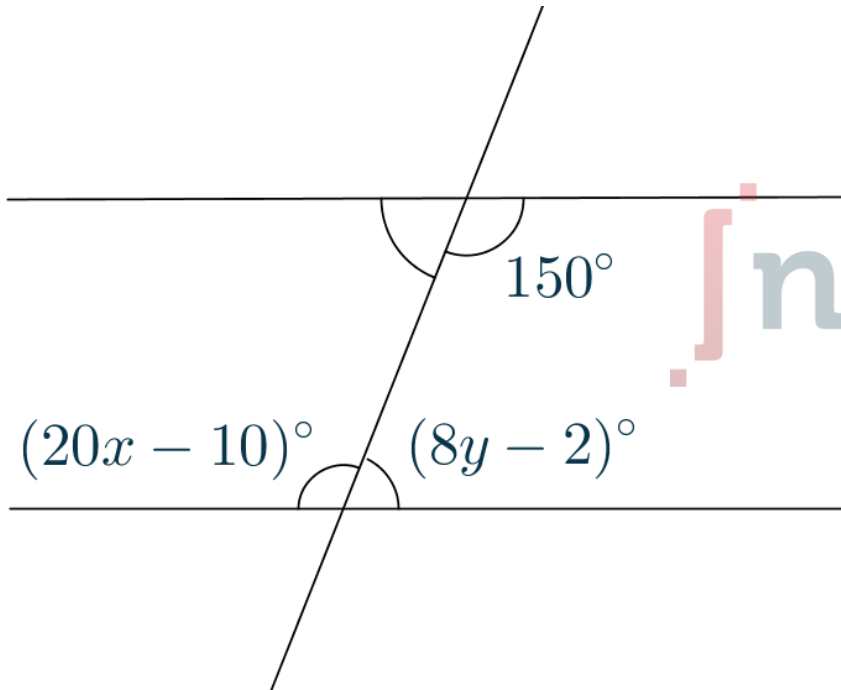
Integrando.

$$x = 8$$

$$y = 17$$

1.4 Ejercicios

1. Hallar el valor de x y y .



1.4 Ejercicios

2. Hallar el valor de x y y .

