ʃntegrando.

CURSOS ACADÉMICOS

Integrando.
CURSOS ACADÉMICOS

Capítulo 1

Bases matemáticas

Temario del capítulo 1

1.1 Notación científica

1.2 Despeje de literales y ecuaciones lineales

1.3 Ecuaciones cuadráticas

1.4 Sistemas de ecuaciones lineales

1.1 Notación científica

La notación científica permite representar cantidades muy grandes o pequeñas sin tener que escribir demasiados ceros, usando potencias de 10.

Por ejemplo, puede escribirse la forma decimal $5{,}000{,}000$ en notación científica contando el número de posiciones que se recorre el punto a la derecha desde el cinco y escribirlos como exponente positivo

$$5,000,000 = 5 \times 10^{6}$$

O bien, el número 0.002 con el número de posiciones que se mueve el punto decimal a la izquierda desde el dos como exponente negativo

$$0.002 = 2 \times 10^{-3}$$

1.1 Notación científica

En general, si se tienen más de dos cifras distintas de cero, la notación científica debe llevar solo un dígito no cero como parte entera, y el resto seguido del punto decimal y la base 10 correspondiente. Por ejemplo

$$12,300 = 1.23 \times 10^{4}$$

$$45.23 = 4.523 \times 10$$

$$0.0097 = 9.7 \times 10^{-3}$$

$$0.345 = 3.45 \times 10^{-1}$$

1.1 Notación científica

Es posible realizar operaciones básicas en notación científica:

1. **Suma y resta**. Las bases deben ser semejantes, es decir, con iguales exponentes para poder agruparse

$$
\begin{aligned}
25.1 \times 10^3 + 5.2 \times 10^2 - 13.4 \times 10 &= 251 \times 10^2 + 5.2 \times 10^2 - 1.34 \times 10^2 \\
&= (251 + 5.2 - 1.34) \times 10^2 \\
&= 254.86 \times 10^2 \\
&= 2.5486 \times 10^4
\end{aligned}
$$

2. **Multiplicación y división.** Usamos las propiedades de exponentes para las potencias

$$\frac{(-55 \times 10^3)(6 \times 10^4)}{11 \times 10^8} = -30 \times 10^{-1} = -3$$

1.1 Notación científica

3. Potenciación y radicación. Los coeficientes y exponentes cumplen con las leyes de exponentes

$$\frac{(-5\times 10^{3})^{2}(4\times 10^{-2})^{2}}{(10^{-4})^{3}}=\frac{(25\times 10^{6})(16\times 10^{-4})}{10^{-12}}$$
$$=400\times 10^{14}$$
$$=4\times 10^{16}$$

$$\sqrt{144\times 10^{6}}=12\times 10^{3}$$
$$=1.2\times 10^{4}$$

1.1 Ejemplos

1. Escriba en notación científica.

   a) $326,000,000$

   b) $0.000\ 000\ 083$

   c) 0.062

   d) $\dfrac{4}{1,000,000}$

   e) 375.01

a) 3.26×10^{8} b) 8.3×10^{-8} c) 6.2×10^{-2} d) 4×10^{-6} e) 3.7501×10^{2}

1.1 Ejemplos

2. Escriba en notación decimal.

a) 1.64×10^{5}

b) 29.47×10^{-4}

c) 0.083×10^{6}

d) 320×10^{-3}

e) 375.015×10^{2}

a) $164,000$ b) $0.002\,947$ c) $83,000$ d) 0.032 e) $37,501.5$

1.1 Ejemplos

3. Resuelva las siguientes operaciones y exprese en notación científica.

a) $0.5 + 0.8 \times 10^{-1}$

b) $57.9 \times 10^{2} + 329 \times 10^{-2} - 2.4987 \times 10^{3}$

c) $\dfrac{(135\times10)(63\times10^{-4})}{(-105\times10^{2})(27\times10^{-3})}$

d) $\dfrac{\left(-5\times10^{-2}\right)^{-3}}{\sqrt{4\times10^{-2}}}$

a) 5.8×10^{-1} b) 3.29459×10^{3} c) -3×10^{-2} d) -4×10^{4}

1.1 Ejercicios

1. Resuelva lo siguiente.

   a) Exprese en notación científica 534.001 y -0.0005302

   b) Exprese en notación decimal 534.25×10^{-3} y 0.0085×10^{5}

   c) $637.92 \times 10^{3} + 1045 \times 10^{-4} - 22.4987 \times 10^{4}$

   d) $\dfrac{(250 \times 10^{2})(0.5 \times 10^{-4})}{(25 \times 10^{6})(10)^{-2}}$

   e) $\dfrac{(-8 \times 10^{-3})^{-2}}{\sqrt{64 \times 10^{-4}}}$

1.2 Despeje de literales y ecuaciones lineales

Integrando. CURSOS ACADÉMICOS

Una fórmula es la expresión matemática de una ley por medio de símbolos. Se representa por una ecuación donde es posible despejar cualquiera de las literales (variables) que intervienen.

Para despejar la literal, los términos de deben pasar del otro lado del signo igual realizando la operación inversa; si hay varios términos con la misma incógnita a despejar, deben agruparse. Los pasos para despejar son:

i. El término que contiene a la variable que se desea despejar debe permanecer solo (pasar sumando/restando los demás términos)
ii. Los coeficientes de la literal deben quitarse (pasar multiplicando/dividiendo)
iii. Los exponentes o raíces se despejan (sacar raíz/elevar a una potencia el otro lado)

1.2 Despeje de literales y ecuaciones lineales

Multiplicación / División

$$8x = 32$$

$$x = \frac{32}{8} = 4$$

$$\frac{x}{5} = 9$$

$$x = (9)(5) = 45$$

Suma / Resta

$$x + 2 = 8$$

$$x = 8 - 2$$

$$x = 6$$

$$3x - 5 = 3 - 2x$$

$$3x + 2x = 3 + 5$$

$$5x = 8$$

$$x = \frac{8}{5}$$

1.2 Despeje de literales y ecuaciones lineales

Integrando. CURSOS ACADÉMICOS

Raíces / Potencias

$$3x^2 - 5 = 16$$

$$3x^2 = 16 + 5$$

$$x^2 = \frac{21}{3}$$

$$x = \pm\sqrt{7}$$

$$\sqrt{x - 3} = 8$$

$$x - 3 = (8)^2$$

$$x - 3 = 64$$

$$x = 64 + 3$$

$$x = 67$$

1.2 Ejemplos

1. Despeja las siguientes ecuaciones.

   a) Despejar t de la ecuación $x = \frac{1}{2}at^2 + x_o$

   b) Despejar v de la ecuación $\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}m{v_o}^2 = -\mu_k mg\Delta x$

a) $t = \sqrt{\frac{2(x-x_o)}{a}}$

b) $v = \sqrt{\frac{2\left(\frac{1}{2}mv_o^2 - \mu_k mg\Delta x\right)}{m}}$

1.2 Ejemplos

Integrando. CURSOS ACADÉMICOS

2. Despeja las siguientes ecuaciones.

   a) Despejar d de la ecuación $A = \left(\frac{b+d}{2}\right)h$

   b) Despejar n de la ecuación $I = \frac{nE}{R+nr}$

a) $t = \frac{2A}{h} - b$ b) $v = \frac{IR}{E-Ir}$

1.2 Ejercicios

1. Despejar x de la ecuación $ax - 5 = bx + 2$

2. Despejar v_1 de la ecuación $P_1 + \frac{1}{2}\rho {v_1}^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho {v_2}^2$

3. Despejar T_2 de la ecuación $\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$

4. Despejar x de la ecuación $y = \frac{5x-2}{3x+1}$

1.3 Ecuaciones cuadráticas

Integrando. CURSOS ACADÉMICOS

Una ecuación cuadrática o de segundo grado tiene 2 soluciones. La forma general para escribirla es

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Los coeficientes a, b y c corresponden al término cuadrático, termino lineal y termino independiente, respectivamente.

Se resuelven igualadas a cero ya sea factorizando o utilizando la formula general

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

donde el subíndice 1 corresponde a la solución usando $+$, y 2 a usar signo $-$

1.3 Ejemplos

Integrando. CURSOS ACADÉMICOS

1. Resuelva las siguientes ecuaciones.

   a) $x^2 + 10x + 25 = 0$

   b) $x^2 - 100 = 0$

   c) $x^2 - 16x = 0$

a) $x_1 = -5, x_2 = -5$ b) $x_1 = 10, x_2 = -10$ c) $x_1 = 0\ x_2 = 16$

1.3 Ejemplos

2. Resuelva las siguientes ecuaciones.

a) $x^2 + 5x = -4$

b) $2t^2 - 5t + 2 = 0$

c) $-4.9t^2 + 16t - 8 = 0$

a) $x_1 = -1\ x_2 = -4$ b) $t_1 = 2, t_2 = \frac{1}{2}$ c) $t_1 = 0.616\ x_2 = 2.649$

1.3 Ejercicios

1. Resuelva las siguientes ecuaciones.

   a) $x^2 + 2x - 3 = 0$

   b) $4x^2 + 4x + 1 = 0$

   c) $9x^2 = 25$

   d) $2x^2 - 4x - 9 = 0$

   e) $-4.9t^2 + 16t = 10$

1.4 Sistemas de ecuaciones lineales

Integrando. CURSOS ACADÉMICOS

Para resolver dos ecuaciones simultáneas que involucran dos incógnitas, x y y, resolvemos una de las ecuaciones para x en términos de y, y sustituimos ésta expresión en la otra ecuación.

Considerando las ecuaciones:

$$1)\ 5x + y = -8 \qquad 2)\ 2x - 2y = 4$$

Despejamos y de la ecuación 1

$$y = -8 - 5x$$

Sustituyendo en la ecuación 2

$$2x - 2(-8 - 5x) = 4$$

1.4 Sistemas de ecuaciones lineales

Simplificamos y resolvemos para x

$$2x + 16 + 10x = 4$$
$$12x = 4 - 16 = -12$$
$$x = -\frac{12}{12} = -1$$

Una vez obtenido el valor de x procedemos a sustituir en la ecuación 1 despejada para y

$$\begin{aligned} y &= -8 - 5x \\ &= -8 - 5(-1) \\ &= -3 \end{aligned}$$

Con esto, obtenemos las soluciones para el sistema

$$x = -1 \qquad\qquad y = -3$$

1.4 Ejemplos

1. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones lineales.

a) $\begin{cases} 18 = 2v_f + 4v_i \\ 3 = -v_f + v_i \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + y = 8 \\ x - y = 2 \end{cases}$

a) $v_f = 1,\ v_i = 4$ b) $x = 5,\ y = 3$

1.4 Ejemplos

1. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones lineales.

a) $$\begin{cases} 98 - T = 10a \\ T - 49 = 5a \end{cases}$$

b) $$\begin{cases} 6x + 2y = 6 \\ 8x - y = 28 \end{cases}$$