

ntegrando.

C U R S O S   A C A D É M I C O S

# Capítulo 5

# Dinámica y gravitación

# Temario del capítulo 5

- 5.1 Leyes del movimiento
- 5.2 Aplicación de las leyes de Newton
- 5.3 Fuerzas de fricción
- 5.4 Gravitación universal
- 5.5 Leyes de Kepler

 **Integrando.**

# 5.1 Leyes del movimiento

La dinámica estudia el movimiento de los cuerpos a partir de las causas (fuerzas) que los producen.

Se dice que una partícula se ve afectada por una **fuerza** cuando su **estado de movimiento cambia**.

Integrando.

Hay **distintos tipos** de fuerzas: el esfuerzo muscular al **empujar** una puerta, un imán que **mueve** una pieza de hierro, o la **atracción** que ejerce la Tierra sobre la Luna.

Si se conocen las fuerzas que actúan sobre un objeto, es posible **describir por completo su movimiento** (antes y después).

# 5.1 Leyes del movimiento

Las fuerzas (interacciones) **fundamentales**, de mayor a menor magnitud, son:

- 1) **Fuerza nuclear fuerte:** Mantiene unidos los núcleos atómicos
- 2) **Fuerza electromagnética:** Describe la atracción de cargas en reposo o movimiento
- 3) **Fuerza nuclear débil:** Responsable del decaimiento radiactivo
- 4) **Fuerza gravitacional:** Explica la atracción entre objetos masivos

# 5.1 Leyes del movimiento

Dependiendo de su **masa**, es más fácil (o difícil) mover un objeto; a esta **resistencia** que presentan los cuerpo a **modificar su movimiento** se le llama **inercia**.

*A mayor masa, mayor inercia*

A su vez, la masa también es la responsable de los efectos **gravitacionales**; **experimentalmente** se ha demostrado que

*Masa inercial = Masa gravitacional*

# 5.1 Leyes del movimiento

No es la naturaleza de un objeto moverse si está quieto, o detenerse después de ponerse en movimiento, sino preservar su estado original de movimiento.

## Primera ley de Newton: Ley de la inercia

*Todo cuerpo conserva su estado de reposo o de movimiento rectilíneo uniforme, siempre que la resultante de fuerzas externas sobre él sea cero*

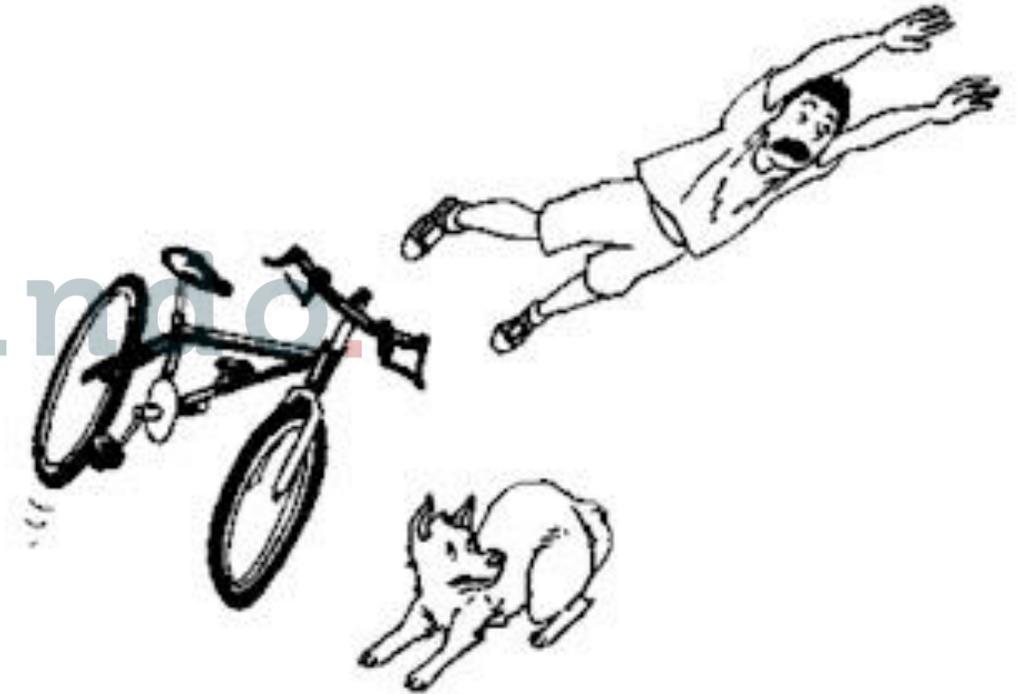
El marco de referencia desde el cual un objeto libre de fuerzas externas se observa con velocidad constante se conoce como **marco inercial**.

# 5.1 Leyes del movimiento

Se dice que un cuerpo está en **equilibrio** cuando no se ejerce en él una fuerza externa

$$\Sigma \vec{F} = \vec{0} \rightarrow \vec{v} = cte$$

$$\vec{v} = cte \begin{cases} v \neq 0, & MRU \\ v = 0, & Reposo \end{cases}$$



# 5.1 Leyes del movimiento

Un objeto sometido a una **fuerza externa** experimentará una **aceleración** en la **misma dirección**; mientras **más grande sea la masa**, **más fuerza** se requiere para ser **acelerada**.

**Segunda ley de Newton: Principio fundamental de la dinámica**

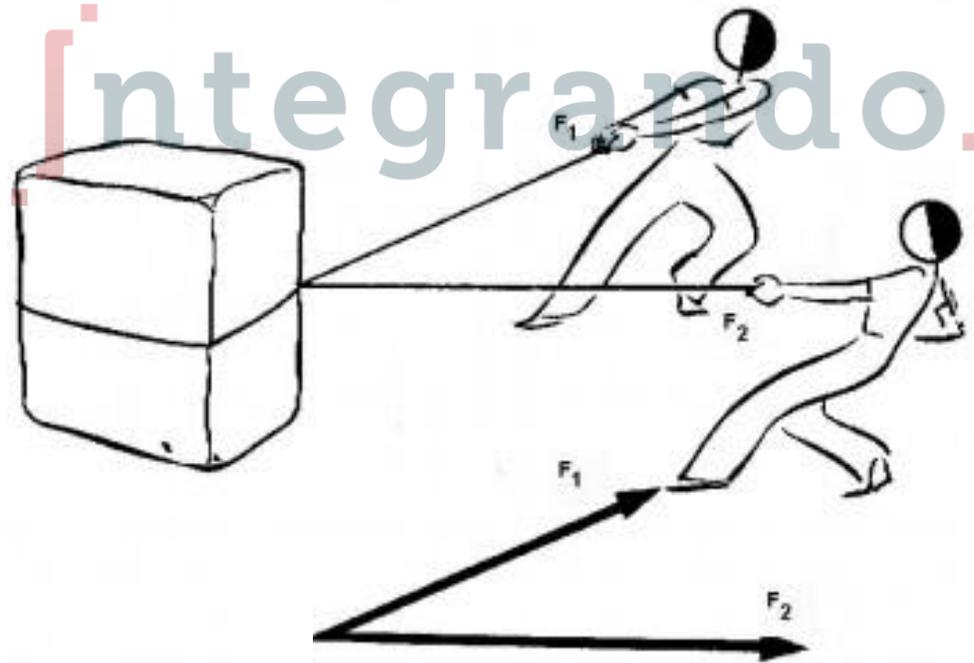
*La aceleración que adquiere un cuerpo es directamente proporcional a la fuerza resultante aplicada e inversamente proporcional a su masa*

Las fuerzas que actúan **sobre el objeto** son las únicas que contribuyen y deben **sumarse vectorialmente** para obtener la **resultante**.

# 5.1 Leyes del movimiento

Para calcular la **magnitud y dirección** de la aceleración de un cuerpo, se debe determinar la suma de las fuerzas **sobre él** (excluyendo las que el objeto ejerce).

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$$



# 5.1 Leyes del movimiento

Las fuerzas de **contacto** siempre ocurren en **pares**.

**Tercera ley de Newton: Ley de acción y reacción**

*Cuando un objeto interactúa con otro, la fuerza que ejerce el primero sobre el segundo es igual en magnitud y dirección, pero de sentido opuesto, a la fuerza que el segundo objeto ejerce sobre el primero*

El **par de fuerzas** acción-reacción actúa sobre **objetos diferentes**.

# 5.1 Leyes del movimiento



La tercera ley de Newton solo es verdadera para **fuerzas de contacto** y **cuerpos en reposo**

$$\vec{F}_{1 \rightarrow 2} = -\vec{F}_{2 \rightarrow 1}$$

Integrando.

Las interacciones a **distancia** no se transmiten **instantáneamente**.

# 5.1 Leyes del movimiento

Algunas fuerzas útiles en la descripción del movimiento de los cuerpos son:

- a) **Peso**: Un objeto de masa  $m$  que **cae libremente** por efecto de la aceleración debida a la **gravedad**  $g$ , siente una **fuerza de atracción ejercida por la Tierra**, dada por

$$w = mg$$



Su **dirección** es “**hacia abajo**” (el centro de la Tierra).

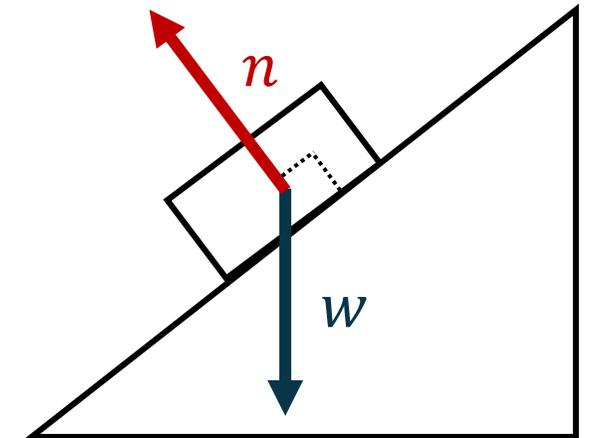
Su **magnitud** no es constante siempre, pues depende del valor de  $g$  que **varía ligeramente** con la altitud y latitud.

# 5.1 Leyes del movimiento

b) **Normal**: Es una fuerza de **oposición al peso**  $w$  de los cuerpos cuando descansan sobre el suelo o alguna superficie inclinada.

**No debe confundirse** con la **fuerza de reacción** al peso dada por la tercera ley de Newton: **la normal**  $n$  la ejerce la superficie de contacto **sobre el objeto**, mientras que la **reacción al peso** la ejerce el objeto sobre la tierra.

Su **dirección** es **perpendicular a la superficie de contacto**; su **magnitud** coincide con la del **peso** cuando el objeto **está en reposo** sobre un **plano horizontal**.



## 5.2 Aplicación de las leyes de Newton

### 1a ley: Equilibrio

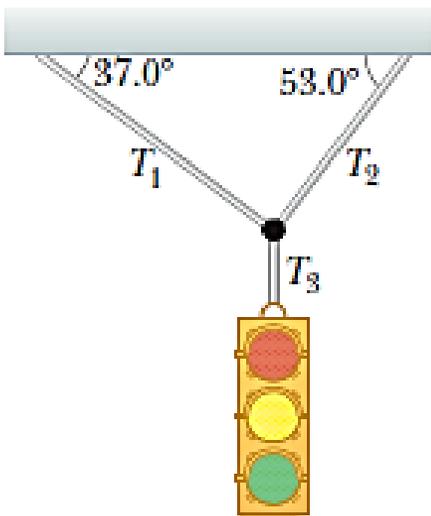
Como vimos, los objetos están en equilibrio, ya sea en **reposo** o en movimiento con **velocidad constante**.

La **suma vectorial de las fuerzas** que actúan sobre un objeto en equilibrio **es cero**; por componentes esto equivale a:

$$\sum F_x = 0 \quad \sum F_y = 0$$

## 5.2 Ejemplos

1. Un semáforo que pesa  $1 \times 10^2 \text{ N}$  cuelga de un cable vertical, atado con otros dos, unidos a un soporte, como en la figura. Los cables superiores forman un ángulo de  $37^\circ$  y  $53^\circ$  con la horizontal. Determine la tensión en cada uno de los tres cables.



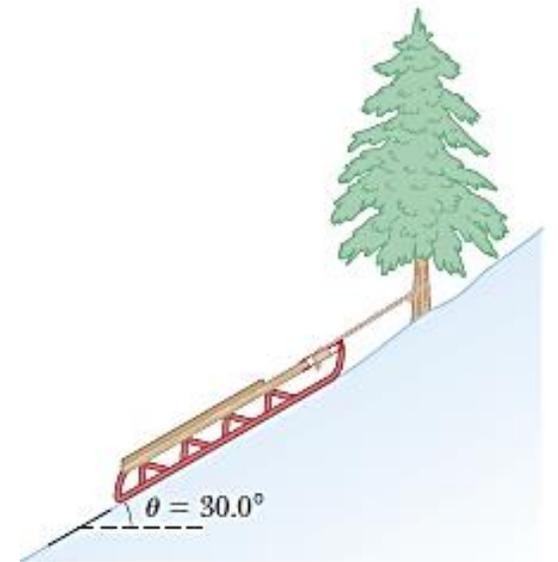
Integrando.

a)  $T_1 = 60.2 \text{ N}$ ,  $T_2 = 79.9 \text{ N}$  y  $T_3 = 100 \text{ N}$

## 5.2 Ejemplos

2. Un trineo es atado a un árbol sobre una colina cubierta de nieve, sin fricción, como se muestra en la figura. Si el trineo pesa  $77\text{ N}$ , determine la fuerza normal  $\vec{n}$  ejercida por la colina sobre el trineo y la tensión  $\vec{T}$  ejercida por la cuerda.

Integrando.

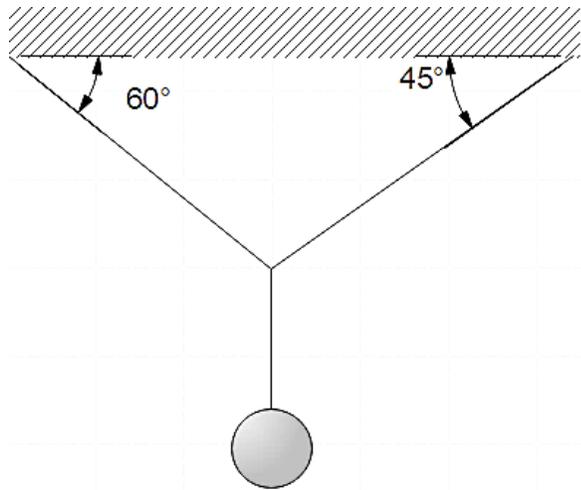


a)  $n = 66.7\text{ N}$

b)  $T = 38.5\text{ N}$

## 5.2 Ejercicios

1. Una pelota de  $200\text{ N}$  cuelga de una cuerda unida a otras dos cuerdas, como se observa en la figura. Encuentre las tensiones en las cuerdas.

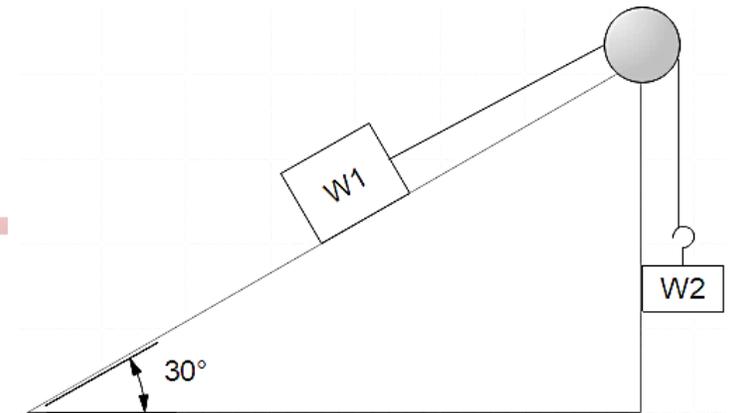


Integrando.

## 5.2 Ejercicios

2. Un bloque de  $200\text{ N}$  descansa sobre un plano inclinado sin fricción, que tiene una pendiente de  $30^\circ$ . El bloque está atado a una cuerda que pasa sobre una polea sin fricción colocada en el extremo superior del plano y va atada a un segundo bloque. ¿Cuál es el peso del segundo bloque si el sistema se encuentra en equilibrio?

Integrando.



## 5.2 Aplicación de las leyes de Newton

### 2a ley: Aceleración uniforme

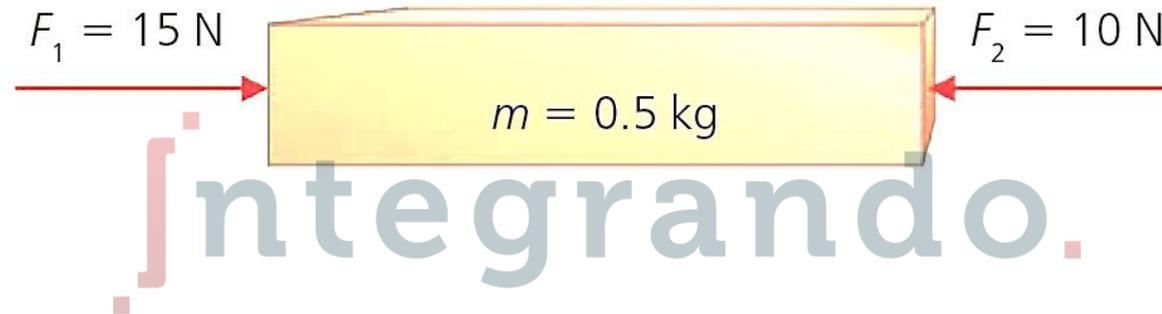
Si las fuerzas no están equilibradas, producen un cambio en la velocidad del objeto.

La **suma vectorial de las fuerzas** es igual a la **masa por la aceleración**; para cada dirección existe una componente:

$$\sum F_x = ma_x \quad \sum F_y = ma_y$$

## 5.2 Ejemplos

3. Calcular la magnitud y dirección de la aceleración que recibirá el bloque como resultado de las fuerzas aplicadas:



a)  $a = 10 \text{ m/s}^2$  hacia la derecha

## 5.2 Ejemplos

4. Una masa de  $10 \text{ kg}$  se eleva por medio de un cable ligero. Calcular la tensión en el cable cuando la aceleración es:

a) Cero

b)  $6 \text{ m/s}^2$  hacia arriba

c)  $6 \text{ m/s}^2$  hacia abajo

 Integrando.

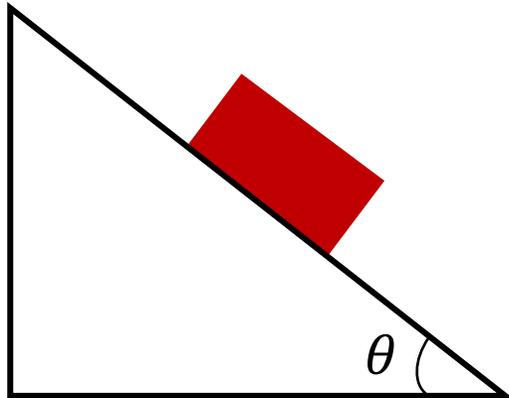
a)  $T = 98 \text{ N}$

b)  $T = 158 \text{ N}$

c)  $T = 38 \text{ N}$

## 5.2 Ejemplos

5. ¿Cuál será la aceleración de un objeto de masa  $m$  que se desliza sin fricción sobre un plano inclinado que tiene un ángulo  $\theta$  de elevación respecto a la horizontal?



Integrando.

a)  $a = g \sin \theta$

## 5.2 Ejercicios

3. Una muchacha que pesa  $588\text{ N}$  se para en una báscula dentro de un elevador. Calcular la magnitud del peso aparente (la fuerza que ejerce la báscula sobre la persona) cuando la pasajera sube y cuando baja, si el elevador tiene aceleración de  $8\text{ m/s}^2$  en ambas direcciones.

Integrando.

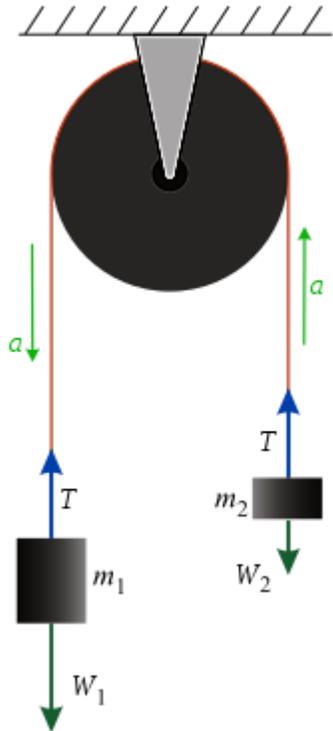


## 5.2 Ejercicios

4. Un disco de hockey se desliza hacia abajo en una rampa sin fricción con aceleración de  $5 \text{ m/s}^2$ .
- ¿Qué ángulo forma la rampa con la horizontal?
  - Si la rampa tiene una longitud de  $6 \text{ m}$ , ¿cuánto tiempo le toma al disco alcanzar la parte inferior de la misma?
  - Si se duplica la masa del disco ¿Cuál es la nueva aceleración del disco en la rampa?
5. Un elevador y su carga pesan  $5880 \text{ N}$ . Calcular la aceleración y tensión del cable del elevador si desciende con una velocidad inicial de  $3 \text{ m/s}$  y se detiene a una distancia de  $5 \text{ m}$ .

## 5.2 Ejercicios

6. La máquina de Atwood consiste en dos masas  $m_1$  y  $m_2$  conectadas mediante una cuerda de masa despreciable a través de una polea sin fricción. Considerando que la tensión sobre toda la cuerda es uniforme, determine la aceleración del sistema y la tensión en el cable en función de las masas y la gravedad.



Integrando.

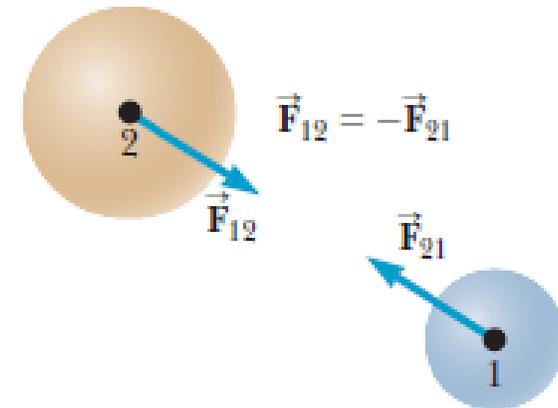
## 5.2 Aplicación de las leyes de Newton

### 3a ley: Acción-reacción

Al hacer contacto directo, los objetos ejercen fuerzas iguales en magnitud y en sentido opuesto sobre el otro.

Al usar la 2a ley, no se consideran ambas fuerzas de acción-reacción, sino solo la que **actúa sobre el objeto** de interés.

$$\vec{F}_{1 \rightarrow 2} = -\vec{F}_{2 \rightarrow 1} \quad \Sigma F_1 = ma_1$$



## 5.2 Ejemplos

6. Un hombre de  $75 \text{ kg}$  y una mujer de  $55 \text{ kg}$  están de pie uno frente al otro en una pista de hielo. La mujer empuja al hombre horizontalmente con una fuerza de  $85 \text{ N}$  hacia la derecha.

a) ¿Cuál es la aceleración del hombre?

b) ¿Cuál es la fuerza de reacción que actúa sobre la mujer?

c) Calcular la aceleración de la mujer.

a)  $a_H = 1.13 \text{ m/s}^2$

b)  $R = -85 \text{ N}$

c)  $a_M = -1.54 \text{ m/s}^2$

## 5.2 Ejercicios

7. Un astronauta de  $148 \text{ kg}$  de masa ejerce una fuerza de  $265 \text{ N}$  en un satélite de libre flotación de masa  $635 \text{ kg}$ , empujándolo en la dirección de las  $x$ .

a) ¿Cuál es la fuerza de reacción ejercida por el satélite sobre el astronauta?

**Integrando.**

b) Calcule las aceleraciones del astronauta y el satélite e indique sus direcciones.

## 5.3 Fuerzas de fricción

En el caso más **realista**, los objetos en **movimiento** experimentan una **resistencia** adicional cuando interactúan con sus **alrededores**. Esta resistencia se denomina **fricción**.

Existen dos tipos:

Integrando.

- a) **Fricción estática:** Resistencia que presentan los objetos en **reposo** para comenzar a deslizarse sobre una superficie.
- b) **Fricción dinámica o cinética:** Resistencia de los objetos que se mueven para continuar en **movimiento**.

## 5.3 Fuerzas de fricción

Tanto la magnitud de la **fuerza de fricción estática**  $f_s$  como la **cinética**  $f_k$  son proporcionales a la fuerza **normal**  $n$  que ejerce la superficie. Su dirección es **opuesta** a la del movimiento.

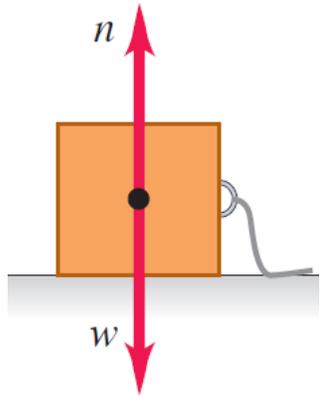
Las **constantes** de proporcionalidad se llaman **coeficientes de fricción** estático  $\mu_s$  y cinético  $\mu_k$ , respectivamente, y son **adimensionales**.

$$f_s \leq \mu_s n$$

$$f_k = \mu_k n$$

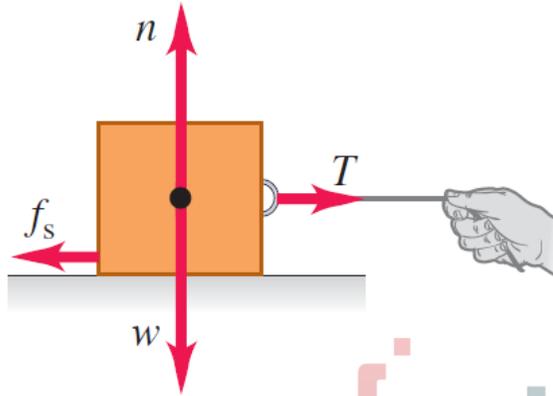
Generalmente  $\mu_k < \mu_s$  y dependen de la naturaleza de las superficies; son menores que uno.

# 5.3 Fuerzas de fricción



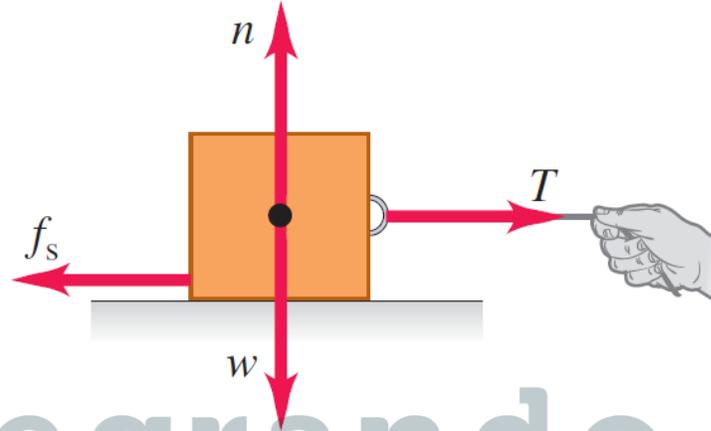
Si no se aplica fuerza, no hay fricción

$$f_s = 0$$



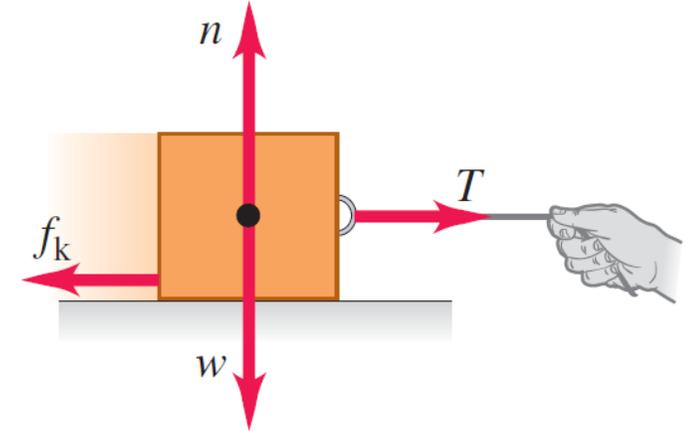
Si la fuerza no es lo suficientemente grande, el objeto sigue en reposo, con una pequeña fricción estática

$$f_s < \mu_s n$$



Aumentando la fuerza, con la caja a punto de deslizarse, la fricción estática es máxima

$$f_s = \mu_s n$$



Con una fuerza mayor a la de fricción estática, la caja se mueve y aparece la fricción dinámica

$$f_k = \mu_k n$$

## 5.3 Ejemplos

1. Un instante antes de que una viga de madera de  $50 \text{ kg}$  comience a deslizarse sobre una superficie horizontal de cemento, se aplica una fuerza que iguala la fuerza máxima de fricción estática de  $392 \text{ N}$ . Calcular el coeficiente de fricción estático entre la madera y el cemento.

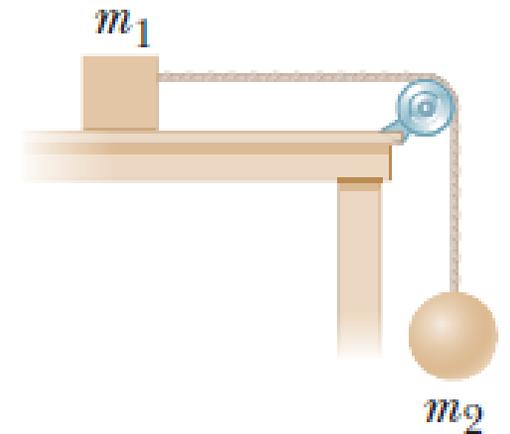
Integrando.

a)  $\mu_s = 0.8$

## 5.3 Ejemplos

2. Un bloque con masa  $m_1 = 4 \text{ kg}$  y una pelota con masa  $m_2 = 7 \text{ kg}$  están conectados mediante una cuerda ligera que pasa sobre una polea. El coeficiente de fricción cinética entre el bloque y la superficie es 0.3. Encuentre la aceleración de los dos objetos y la tensión en la cuerda.

Integrando.



a)  $a = 5.17 \text{ m/s}^2$

b)  $T = 32.44 \text{ N}$

## 5.3 Ejemplos

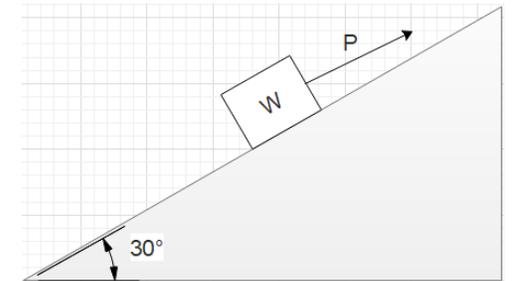
3. ¿A qué ángulo se consigue que un bloque de peso  $w$  no se deslice hacia abajo en un plano inclinado con coeficiente de fricción estática  $\mu_s$ ?

Integrando.

a)  $\tan \theta = \mu_s$

## 5.3 Ejercicios

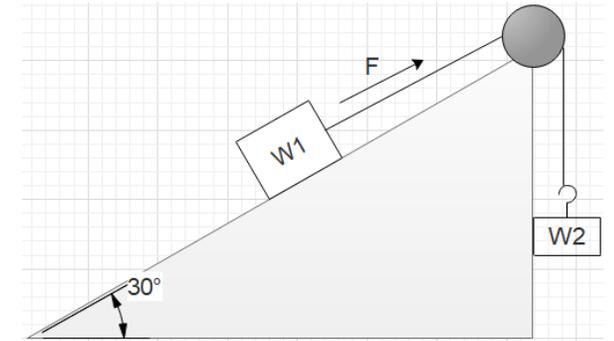
1. Un cohete experimental aterriza sobre patines en el suelo. Si está viajando a  $80 \text{ m/s}$  cuando desciende, ¿qué distancia se desliza antes de llegar al reposo?. Considere que el coeficiente de fricción cinética entre los patines y el suelo es 0.6.
2. Un bloque de concreto de  $120 \text{ N}$  está en reposo en un plano inclinado a  $30^\circ$ . Si  $\mu_k = 0.5$ , ¿qué fuerza  $P$  paralela al plano y dirigida hacia arriba de éste hará que el bloque se mueva a) hacia arriba del plano con rapidez constante y b) hacia abajo del plano con rapidez constante?



## 5.3 Ejercicios

3. Considere las masas  $m_1 = 20 \text{ kg}$  y  $m_2 = 18 \text{ kg}$  en el sistema representado en la figura. Si el coeficiente de fricción cinética es 0.1 y el ángulo de inclinación  $\theta$  es  $30^\circ$ , encuentre a) la aceleración del sistema y b) la tensión en la cuerda que une las dos masas.

Integrando.



## 5.4 Gravitación universal

Una de las fuerzas de la naturaleza que **experimentamos y vemos** cotidianamente es la **interacción gravitacional**.

Dos **partículas de masa**  $m_1$  y  $m_2$  separadas una distancia  $r$ , se **atraen** con una fuerza que actúa **a lo largo de la recta que los une**, con una **magnitud** dada por:

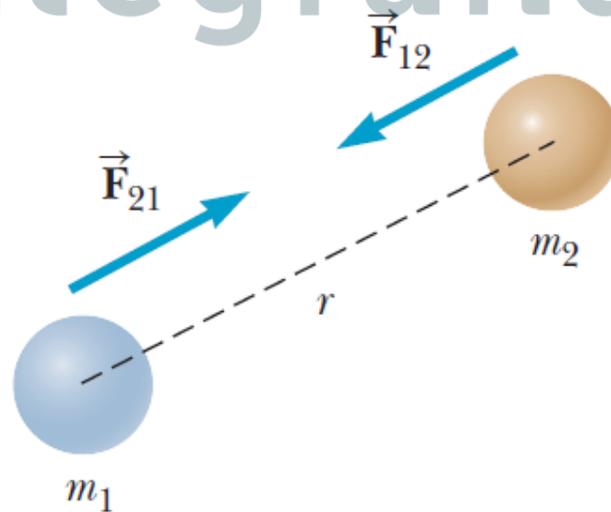
$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$  es la **constante de gravitación universal**.

## 5.4 Gravitación universal

La fuerza gravitacional ejercida por una esfera uniforme sobre una partícula ubicada fuera de esta actúa como si toda la masa estuviera concentrada en el centro.

Esta interacción es la más débil de las fundamentales y solo es apreciable cuando uno de los objetos es muy masivo comparado con el otro.



## 5.4 Ejemplos

1. ¿Cuál es la fuerza gravitacional máxima entre dos esferas de plomo, cuya masa es de  $45 \text{ kg}$  y cuyo diámetro es de  $20 \text{ cm}$ ?

 Integrando.

a)  $F = 3.38 \times 10^{-6} \text{ N}$

## 5.4 Ejemplos

2. Un astronauta que está parado sobre la superficie de Ceres, deja caer una roca desde una altura de  $10\text{ m}$ , y le toma  $8.06\text{ s}$  para llegar al suelo.

a) Calcule la aceleración de la gravedad sobre Ceres.

b) Encuentre la masa de Ceres si el radio de éste es  $R_C = 5.1 \times 10^2\text{ km}$ .

c) Halle la aceleración gravitacional a  $50\text{ km}$  de la superficie de Ceres.

a)  $g_C = 0.31\text{ m/s}^2$

b)  $M_C = 1.2 \times 10^{21}\text{ kg}$

c)  $g'_C = 0.25\text{ m/s}^2$

## 5.4 Ejercicios

1. Dos masas, una de  $60 \text{ kg}$  y otra de  $20 \text{ kg}$ , están a una distancia de  $10 \text{ m}$ . ¿En qué punto de la recta que une estas dos masas se puede colocar otra de manera que la fuerza resultante sobre ella sea cero?
2. A un objeto le toma  $2.4 \text{ s}$  para caer  $5 \text{ m}$  sobre un cierto planeta. a) Encuentre la aceleración debida a la gravedad sobre el planeta. b) Encuentre la masa del planeta si su radio es de  $5250 \text{ km}$ .

## 5.5 Leyes de Kepler

El **movimiento de los planetas alrededor del Sol** motivó a Newton a formular la ley de la gravitación universal.

Debía ser consistente con las **leyes del movimiento planetario de Kepler**, por lo que pueden ser deducidas de una misma ley fundamental.

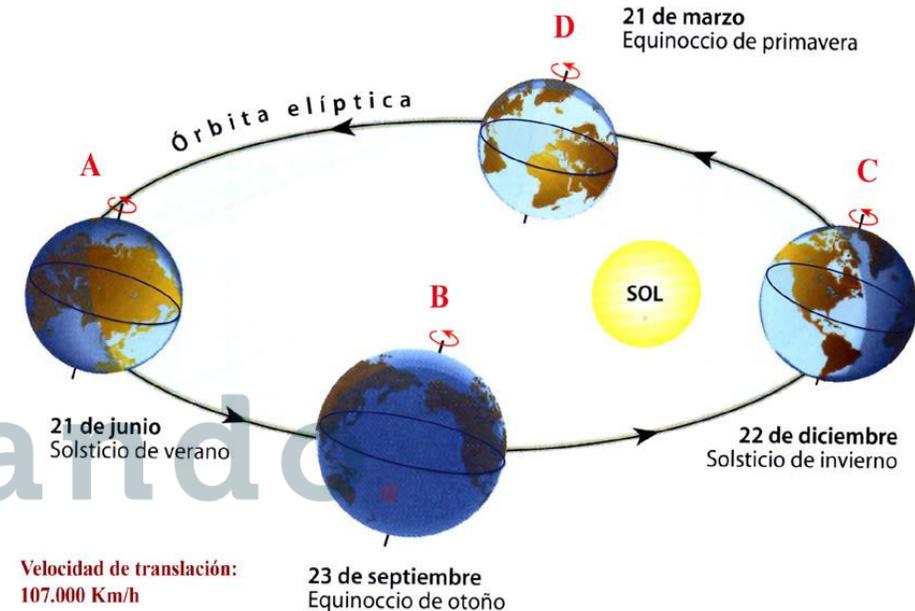
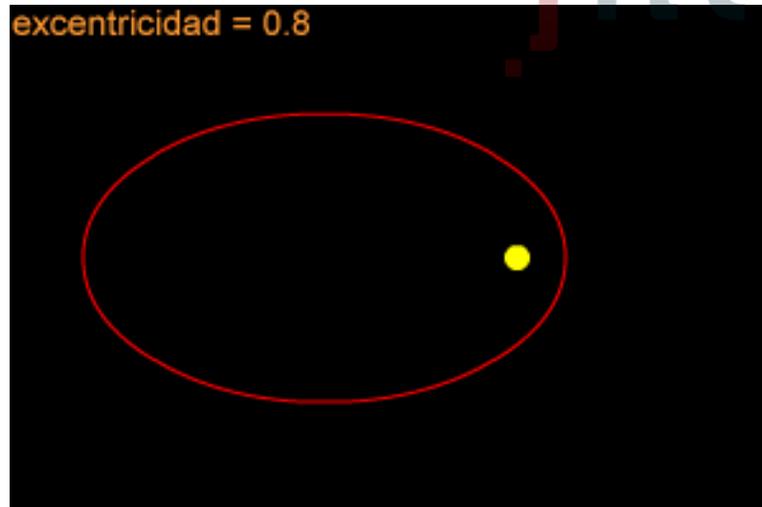
La fuerza es de **atracción** y varía como el **inverso del cuadrado de la distancia** entre los cuerpos.

Las **3 leyes** que enunció Kepler establecieron **sin dudas** que eran los planetas los que se movían alrededor del Sol.

# 5.5 Leyes de Kepler

## Primera ley de Kepler:

*Todos los planetas se mueven alrededor del Sol siguiendo órbitas elípticas, en las cuales el Sol ocupa uno de los focos*



La Tierra **no** sigue una órbita circular perfecta; la **excentricidad** de la elipse que recorre es alrededor de 0.01 que es aproximadamente la de un círculo.

## 5.5 Leyes de Kepler

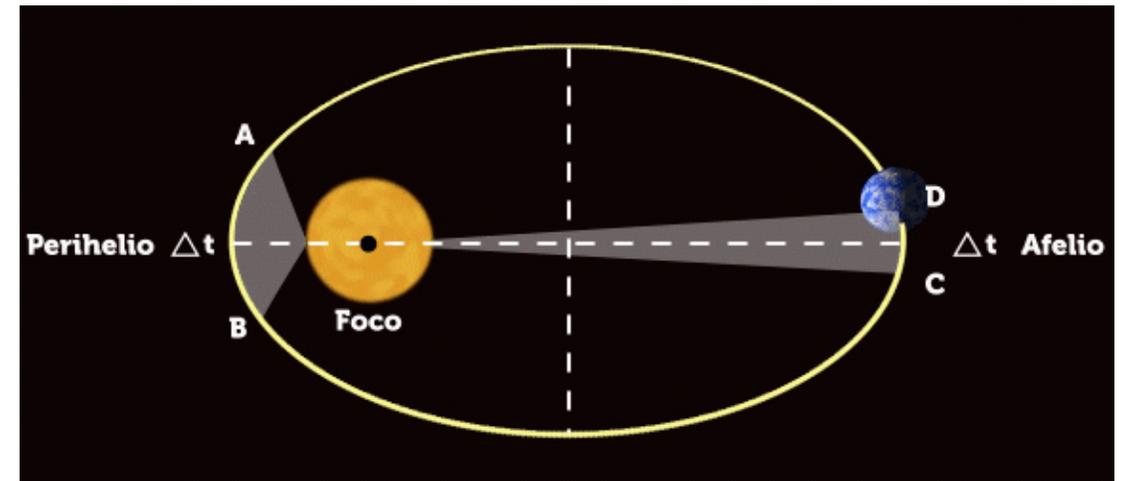
### Segunda ley de Kepler:

*La línea que une al Sol con un planeta recorre áreas iguales  
en intervalos de tiempo iguales*

Integrando.

Mientras **más cerca** están del Sol, **más rápido** se moverán los planetas.

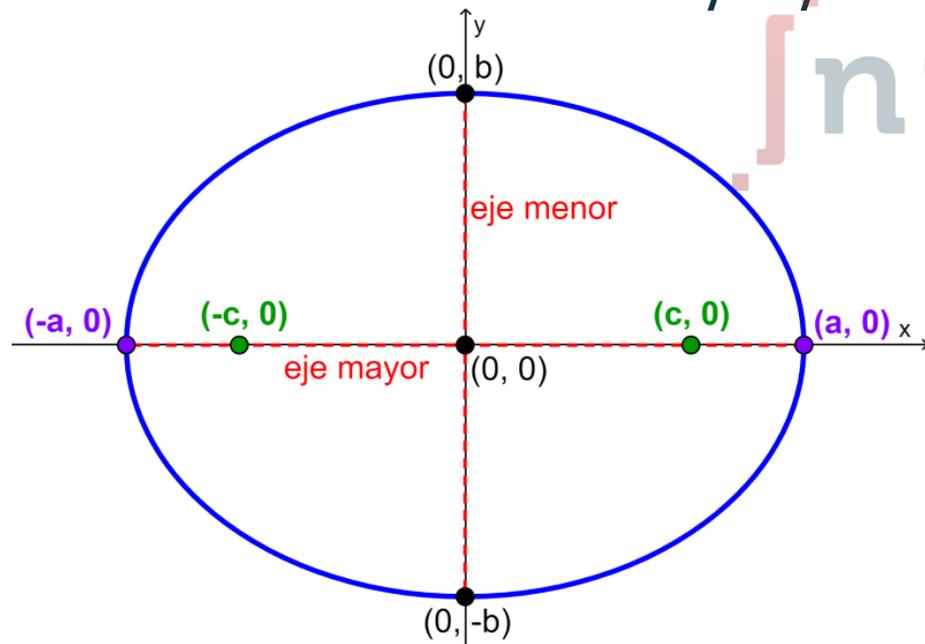
Esta variación en la velocidad **evita** que en el punto más cercano al Sol **los planetas sean absorbidos** hacia él.



# 5.5 Leyes de Kepler

## Tercera ley de Kepler:

*El cuadrado del periodo de revolución de los planetas es proporcional al cubo del semieje mayor*



$$T^2 = \left( \frac{4\pi^2}{GM} \right) a^3$$

La segunda ley requiere que la fuerza gravitacional sea central, y la tercera que además varíe con el inverso del cuadrado de la distancia.